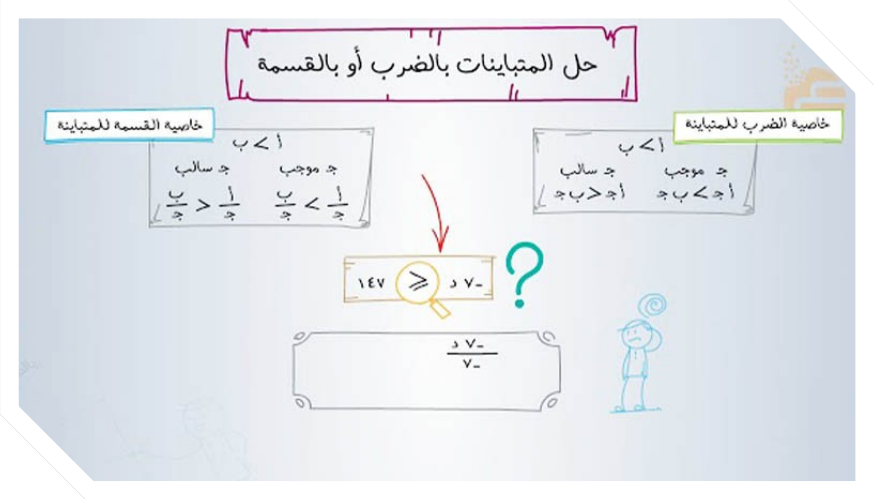
بحث عن
حل المتباينات بالضرب أو القسمة

المادة : .....



عمل الطالب

.....

الصف : .....

مقدمة

بعد استيعاب كيفية حل المتباينات باستخدام عمليتي الجمع والطرح، ننتقل إلى مستوى آخر من التعقيد والمرونة: **حل المتباينات بالضرب أو القسمة**. هذا النوع من المتباينات يفتح آفاقًا جديدة لوصف العلاقات اللامتساوية، حيث تتضمن هذه المرة معاملات مضروبة في المتغيرات أو مقسومة عليها. بينما تتشارك هذه العمليات مع الجمع والطرح في هدف عزل المتغير، إلا أن هناك قاعدة حاسمة ومميزة يجب مراعاتها عند الضرب أو القسمة على الأعداد السالبة، وهي ما يميز حل المتباينات عن حل المعادلات. إن إتقان هذه القاعدة ليس مجرد تفصيل رياضي، بل هو مفتاح لحل مجموعة واسعة من المشكلات في مجالات متنوعة، من تحديد التكاليف الحقيقية بناءً على نسبة معينة، إلى فهم القيود الفيزيائية في المعادلات التي تتضمن سرعة أو كثافة. يمثل هذا البحث دليلًا شاملًا لفهم المبادئ التي تحكم حل المتباينات بالضرب أو القسمة، مع التركيز على أهمية التفريق بين الأعداد الموجبة والسالبة لضمان دقة الحلول.

مراجعة سريعة للمتباينات ومفاهيمها الأساسية

قبل الغوص في تفاصيل الضرب والقسمة، دعنا نُذكر أنفسنا بالمفاهيم الأساسية للمتباينات:

المتباينة (Inequality): هي عبير رياضي يُقارن بين قيمتين أو تعبيرين باستخدام علامات عدم التساوي. على عكس المعادلة التي تُحدد قيمة واحدة (أو عدد محدود من القيم) للمتغير، تُحدد المتباينة مجموعة من القيم التي يمكن أن يتخذها المتغير.

علامات المتباينة:

- **أصغر من (<):** تعني أن القيمة اليسرى أقل من اليمنى. مثال: $5 < 8$.
- **أكبر من (>):** تعني أن القيمة اليسرى أكبر من اليمنى. مثال: $10 > 3$.
- **أصغر من أو تساوي (≤):** تعني أن القيمة اليسرى أقل من أو تساوي اليمنى. مثال: س ≤ 7.

- **أكبر من أو تساوي (≤):** تعني أن القيمة اليسرى أكـبر من أو تساوي اليمنى. مثال: ص ≤ 2.
- **لا يساوي (≠):** تعني أن القيمتين ليستا متسـاويتين. مثـال: س ≠ 4.

<u>حل المتباينة</u>: هو مجموعة كـل القيم الـتي يمكن أن يأخـذها المتغـير لجعل المتباينة صحيحة. عادة ما تُمثل مجموعة الحل على خط الأعـداد أو باستخدام الترميز الفتري.

الخصائص الأساسية لعمليتي الضرب والقسمة في المتباينات

يكمن الاختلاف الجوهري بين حـل المعـادلات والمتباينـات في التعامـل مع الضرب والقسمة على الأعداد السالبة.

1. **خاصـية الضـرب (للأعـداد الموجبـة):** إذا ضـربنا كلا طـرفي المتباينة في نفس الكميـة **الموجبة**، فـإن اتجـاه علامـة المتباينـة **لا يتغير**.
   - إذا كان أ < ب و ج > 0، فإن أ مضروبًا في جـ < ب مضـروبًا في جـ.
   - مثال: إذا كان 2 < 4، وضربنا الطرفين في 3: 2 مضروبًا في 3 < 4 مضروبًا في 3 6 < 12 (صحيح).
2. **خاصـية القسـمة (للأعـداد الموجبـة):** إذا قسـمنا كلا طـرفي المتباينة على نفس الكمية **الموجبة**، فإن اتجـاه علامـة المتباينـة **لا يتغير**.
   - إذا كـان أ < ب و ج > 0، فـإن أ مقسـومًا على جـ < ب مقسومًا على جـ.
   - مثـال: إذا كـان 10 >ـ 5، وقسـمنا الطـرفين على 5:ـ 10 مقسومًا على 5 > 5 مقسومًا على 5 2 > 1 (صحيح).
3. **خاصـية الضـرب (للأعـداد السـالبة):** إذا ضـربنا كلا طـرفي المتباينة في نفس الكمية **السالبة**، فإن **اتجـاه علامـة المتباينـة ينعكس**.
   - إذا كان أ < ب و ج < 0، فإن أ مضروبًا في جـ > ب مضـروبًا في جـ. (لاحظ أن علامة < تحولت إلى >)

- مثـال: إذا كـان 2 <ـ 4، وضـربنا الطـرفين في سـالب 3:ـ 2 مضروبًا في سالب 3 هو سالب 6ـ 4 مضروبًا في سالب 3 هو سالب 12. الآن، يجب أن نعكس العلامة لتصـبح: سـالب 6 > سالب 12 (صحيح).

4. **خاصـية القسـمة (للأعـداد السـالبة):** إذا قسـمنا كلا طـرفي المتباينة على نفس الكمية **السالبة**، فإن **اتجاه علامـة المتباينـة ينعكس**.

- إذا كـــان أ > ب و ج < 0، فـــإن أ مقســـومًا على جـــ < ب مقسومًا على جـ. (لاحظ أن علامة > تحولت إلى <)
- مثال: إذا كان 10 > سالب 2، وقسمنا الطـرفين على سـالب 2:ـ 10 مقسومًا على سالب 2 هو سالب 5. سالب 2 مقسومًا على سـالب 2 هـو 1. الآن، يجب أن نعكس العلامـة لتصـبح: سالب 5 < 1 (صحيح).

هذه القاعدة (عكس علامة المتباينة عند الضرب أو القسـمة على عـدد سالب) هي الأهم والأكثر شيوعًا للخطأ في حل المتباينات.

خطوات حل المتباينات بالضرب أو القسمة

الهدف الأساسي هو عزل المتغير في أحد طرفي المتباينة.

1. **تحديد العملية التي تربط المتغير بالعدد الثابت:** هل المتغـير مضروب في عدد، أم مقسوم على عدد؟
2. **تطبيق العملية العكسية:**

- إذا كـان المتغـير مضـروبًا في عـدد، قم بقسـمة كلا طـرفي المتباينة على هذا العدد.
- إذا كـان المتغـير مقسـومًا على عـدد، قم بضـرب كلا طـرفي المتباينة في هذا العدد.

3. **الانتباه لإشارة العدد:**

- إذا كان العدد الذي تضربه أو تقسم عليه **موجبًا**، فحافظ على اتجاه علامة المتباينة كما هي.

- إذا كان العـدد الـذي تضـربه أو تقسـم عليـه **سالبًا**، فـاعكس اتجاه علامة المتباينة.

<u>أمثلة توضيحية</u>:

مثال 1: حل متباينة بالقسمة على عدد موجب

حل المتباينة: 4 س أكبر من أو تساوي 20

1. المتغير س مضروب في 4.
2. نقسم كلا الطرفين على 4 (عدد موجب). 4 س مقسـومًا على 4 أكبر من أو تساوي 20 مقسومًا على 4 س أكبر من أو تساوي 5
3. **مجموعة الحل:** جميع الأعداد التي هي أكبر من أو تساوي 5.

- **التمثيل البياني:** دائـرة مغلقـة عنـد 5، وسـهم يتجـه إلى اليمين.
- **الترميز الفتري:** [5، موجب ما لا نهاية).

مثال 2: حل متباينة بالضرب في عدد موجب

حل المتباينة: س مقسومًا على 3 أصغر من 7

1. المتغير س مقسوم على 3.
2. نضـرب كلا الطـرفين في 3 (عـدد مـوجب). س مقسـومًا على 3 مضروبًا في 3 أصغر من 7 مضروبًا في 3 س أصغر من 21
3. **مجموعة الحل:** جميع الأعداد التي هي أصغر من 21.

- **التمثيل البياني:** دائرة مفتوحة عند 21، وسهم يتجـه إلى اليسار.
- **الترميز الفتري:** (سالب ما لا نهاية، 21).

مثال 3: حل متباينة بالقسمة على عدد سالب (هام)

حل المتباينة: سالب 2 س أكبر من 10

1. المتغير س مضروب في سالب 2.

2. نقسـم كلا الطـرفين على سـالب 2 (عـدد سـالب). **هنـا يجب عكس اتجاه المتباينة.** سـالب 2 س مقسـومًا على سـالب 2 **أصغر من** 10 مقسومًا على سالب 2 س أصغر من سالب 5
3. **مجموعة الحل:** جميع الأعداد التي هي أصغر من سالب 5.
    - **التمثيل البيـاني:** دائـرة مفتوحـة عنـد سـالب 5، وسـهم يتجه إلى اليسار.
    - **الترميز الفتري:** (سالب ما لا نهاية، سالب 5).

مثال 4: حل متباينة بالضرب في عدد سالب (هام)

حل المتباينة: س مقسومًا على سالب 4 أصغر من أو تساوي 3

1. المتغير س مقسوم على سالب 4.
2. نضـرب كلا الطـرفين في سـالب 4 (عـدد سـالب). **هنـا يجب عكس اتجاه المتباينة.** س مقسومًا على سالب 4 مضروبًا في سالب 4 **أكبر من أو تساوي** 3 مضروبًا في سالب 4 س أكبر من أو تساوي سالب 12
3. **مجموعة الحـل:** جميـع الأعـداد الـتي هي أكـبر من أو تسـاوي سالب 12.
    - **التمثيل البيـاني:** دائـرة مغلقـة عنـد سـالب 12، وسـهم يتجه إلى اليمين.
    - **الترميز الفتري:** [سالب 12، موجب ما لا نهاية).

تمثيل مجموعة الحل على خط الأعداد (تأكيد)

يظل التمثيل البياني على خط الأعداد هو أفضل طريقـة مرئيـة لعـرض نطاق الحل:

- **دائرة مفتوحة (غير مظللة):** للعلامـات < و > (العـدد ليس جزءًا من الحل).

- **دائـرة مغلقـة (مظللـة):** للعلامـات ≥ و ≤ (العـدد جـزء من الحل).
- **اتجاه السهم:** لليمين للأعداد الأكبر، ولليسار للأعداد الأصغر.

تطبيقات المتباينات في الحياة الواقعية

المتباينات التي تتضمن الضرب أو القسمة تُستخدم لوصف قيود معقدة في العديد من السيناريوهات:

المعدلات والنسب: حساب القيم القصوى أو الدنيا بنـاءً على معـدل معين.

- مثال: إذا كنت تستطيع قراءة 50 صفحة في الساعة، وتريد أن تقرأ كتابًا فيه 300 صـفحة، فكم سـاعة (س) سـتحتاج؟ 50 مضـروبًا في س أكبر من أو تساوي 300. س أكـبر من أو تسـاوي 6. سـتحتاج 6 ساعات أو أكثر.

التكاليف والخصومات: تحديد الكميات التي يمكن شراؤها بناءً على المكاسب أو الخسائر النسبية.

- مثال: إذا كان تخفيض بنسـبة 25 بالمائـة (0.25) على سـعر سـلعة (س) يجعل سعرها الجديد أقـل من 15 دولارًا: س نـاقص 0.25 س أصغر من 15 0.75 س أصـغر من 15 س أصـغر من 15 مقسـومًا على 0.75 س أصـغر من 20. يجب أن يكـون السـعر الأصـلي أقـل من 20 دولارًا.

المتوسطات والدرجات: حساب الدرجات الدنيا المطلوبة للحصـول على متوسط معين.

- مثال: يجب أن يكون متوسط درجاتك (د) في 4 اختبـارات أكـبر من أو يساوي 80 لتجتاز الدورة. إذا كانت درجاتك في الاختبارات الثلاثـة الأولى هي 70 و 75 و 85، فما هي أقل درجة تحتاجهـا في الاختبـار الرابع (خ)؟ (70 زائد 75 زائد 85 زائد خ) مقسومًا على 4 أكـبر من أو تساوي 80ـ (230 زائد خ) مقسـومًا على 4 أكـبر من أو تسـاوي 80ـ 230 زائد خ أكـبر من أو تسـاوي 320. خ أكـبر من أو تسـاوي 90. تحتاج 90 أو أكثر في الاختبار الأخير.

الهندسة والقياسات: تحديد أبعاد الأشكال بناءً على قيود المسـاحة أو الحجم.

- مثال: إذا كانت مساحة مستطيل (طوله 10) يجب أن تكون أقل من 50 وحدة مربعة، فما هو أقصى عرض (ع) له؟ 10 مضروبًا في ع أصغر من 50. ع أصغر من 5. يجب أن يكون العرض أقل من 5 وحدات.

الخاتمة

تُعد القدرة على حل المتباينات بالضرب أو القسمة مهارة محورية في الجبر، تُمكّننا من تحليل العلاقات اللامتساوية التي تتضمن عمليات الضرب والقسمة. إن فهم القاعدة الأساسية المتعلقة بعكس علامة المتباينة عند الضرب أو القسمة على عدد سالب هو مفتاح الدقة في هذه العملية. هذه المهارة لا تقتصر على حل التمارين الأكاديمية فحسب، بل تُقدم لنا أداة قوية لوصف القيود، وتحديد النطاقات، واتخاذ قرارات مستنيرة في سياقات واقعية متعددة، من التخطيط المالي إلى التحليل الهندسي. إن إتقان هذه المتباينات يُعزز من قدرتنا على التفكير النقدي، ويُمهد الطريق لفهم أعمق للمفاهيم الرياضية الأكثر تعقيدًا، مما يُسهم في بناء أساس رياضي متين لمواجهة التحديات المستقبلية.